

Informatik II Zusatzübung

SECD-Maschine

Till Helge Helwig

18.06.2007

Was ist die SECD-Maschine?

- fiktives Modell einer Rechenmaschine
- Bestandteile:
 - **S**tack
 - **E**nvironment
 - **C**ode
 - **D**ump
- Kann Terme des Lambda-Kalküls in Form einer Zwischenrepräsentation auswerten

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Vorbereitung

Aus einem Lambda-Ausdruck wie beispielsweise

$$(\lambda xy. (+xy)) 9 18$$

soll ein Term der SECD-Zwischenrepräsentation werden:

$$\langle x, \langle y, x \ y \ prim_+ \rangle \rangle 9 \ ap \ 18 \ ap$$

Also erstmal den Term vorbereiten:

- 1 Vollständig geklammerte Version erstellen
- 2 Abstraktionen mit mehr als einem Parameter splitten

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Umformungsregeln

Jetzt kann man Schritt für Schritt umformen:

1 Konstanten und Variablen:

$$|[c]|_{SECD} = c$$

2 Abstraktionen:

$$|[(\lambda x.X)]|_{SECD} = \langle x, |[X]|_{SECD} \rangle$$

3 Applikationen:

$$|[(X x)]|_{SECD} = |[X]|_{SECD} |[x]|_{SECD} \text{ ap}$$

4 Primitive Operationen:

$$|[(O^n b_1 \dots b_n)]|_{SECD} = |[b_n]|_{SECD} \dots |[b_1]|_{SECD} \text{ prim}_O$$

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$

① Vorbereitung:

$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$

1 Vorbereitung:

$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$

2 Schrittweise durchgehen:

1 $[[(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$$

1 Vorbereitung:

$$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$$

2 Schrittweise durchgehen:

1 $[[(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$

2 $= \langle x, [[((x\ 23)\ 13)]|_{SECD}] \rangle\ [[(\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$ *ap*

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$

1 Vorbereitung:

$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$

2 Schrittweise durchgehen:

1 $[[(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$

2 $= \langle x, [[((x\ 23)\ 13)]|_{SECD}] \rangle [[(\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}\ ap$

3 $= \langle x, [[(x\ 23)]|_{SECD}\ 13\ ap] \rangle \langle x, [[(\lambda y.(+x\ y))]|_{SECD}] \rangle ap$

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$

1 Vorbereitung:

$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$

2 Schrittweise durchgehen:

1 $[[(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$

2 $= \langle x, [((x\ 23)\ 13)]|_{SECD} \rangle [(\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}\ ap$

3 $= \langle x, [(x\ 23)]|_{SECD}\ 13\ ap \rangle \langle x, [(\lambda y.(+x\ y))]|_{SECD} \rangle ap$

4 $= \langle x, x\ 23\ ap\ 13\ ap \rangle \langle x, \langle y, [(+x\ y)]|_{SECD} \rangle \rangle ap$

Lambda-Ausdruck \rightarrow Zwischenrepräsentation

Beispiel

$(\lambda x.x\ 23\ 13)\ (\lambda xy.(+x\ y))$

1 Vorbereitung:

$(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))$

2 Schrittweise durchgehen:

- 1 $[[(\lambda x.((x\ 23)\ 13))\ (\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}$
- 2 $= \langle x, [((x\ 23)\ 13)]|_{SECD} \rangle [(\lambda x.(\lambda y.(+x\ y)))]|_{SECD}\ ap$
- 3 $= \langle x, [(x\ 23)]|_{SECD}\ 13\ ap \rangle \langle x, [(\lambda y.(+x\ y))]|_{SECD} \rangle\ ap$
- 4 $= \langle x, x\ 23\ ap\ 13\ ap \rangle \langle x, \langle y, [(+x\ y)]|_{SECD} \rangle \rangle\ ap$
- 5 $= \langle x, x\ 23\ ap\ 13\ ap \rangle \langle x, \langle y, x\ y\ prim_+ \rangle \rangle\ ap$

Zwischenrepräsentation auswerten

Allgemeines zur Notation

- In jedem Schritt sind die 4 Register der SECD-Maschine relevant
- verschiedene Möglichkeiten diese übersichtlich zu notieren
 - Für jeden Schritt S , E , C und D einzeln aufschreiben (ein Register pro Zeile)
 - als Tabelle (je Register eine Spalte)
 - Vektorschreibweise: $\langle S, E, C, D \rangle$
- Meine Empfehlung: tabellarischer Vektor

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Konstanten-Regel:

$$\langle S, E, bC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle bS, E, C, D \rangle$$

Konstanten werden einfach aus dem **C**ode in den **S**tack geschoben.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Konstanten-Regel:

$$\langle S, E, bC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle bS, E, C, D \rangle$$

Konstanten werden einfach aus dem **C**ode in den **S**tack geschoben.

Example

⋮	⋮	⋮	⋮
$\langle \langle \langle x, x y \text{ prim}_+ \rangle, () \rangle, (y \rightarrow 23), 15 \langle z, z \rangle 17 \text{ ap}, \epsilon \rangle$			
$\langle 15 \langle \langle x, x y \text{ prim}_+ \rangle, () \rangle, (y \rightarrow 23), \langle z, z \rangle 17 \text{ ap}, \epsilon \rangle$			
⋮	⋮	⋮	⋮

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Variablen-Regel:

$$\langle S, E, xC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle E(x)S, E, C, D \rangle$$

Variablen werden ausgewertet durch das **E**nvironment aus dem **C**ontrol-String in den **S**tack geschoben.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Variablen-Regel:

$$\langle S, E, xC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle E(x)S, E, C, D \rangle$$

Variablen werden ausgewertet durch das **Environment** aus dem **Control-String** in den **Stack** geschoben.

Example

⋮	⋮	⋮	⋮
$\langle \langle x, xy \text{ prim}_+ \rangle, () \rangle,$	$(y \rightarrow 23),$	$y \langle z, z \rangle 17 \text{ ap},$	ϵ
$\langle 23 \langle x, xy \text{ prim}_+ \rangle, () \rangle,$	$(y \rightarrow 23),$	$\langle z, z \rangle 17 \text{ ap},$	ϵ
⋮	⋮	⋮	⋮

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Abstraktions-Regel:

$$\langle S, E, \langle x, X \rangle C, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle \langle \langle x, X \rangle, E \rangle S, E, C, D \rangle$$

Abstraktionen (bestehend aus einem Parameter und einem "Körper") werden vom **C**ontrol-String als Paar mit dem aktuellen **E**nvironment in den **S**tack geschoben.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Abstraktions-Regel:

$$\langle S, E, \langle x, X \rangle C, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle \langle \langle x, X \rangle, E \rangle S, E, C, D \rangle$$

Abstraktionen (bestehend aus einem Parameter und einem "Körper") werden vom **C**ontrol-String als Paar mit dem aktuellen **E**nvironment in den **S**tack geschoben.

Example

⋮	⋮	⋮	⋮
$\langle \epsilon, \dots \rangle$	$(y \rightarrow 23), \dots$	$\langle z, z y \text{ prim}_* \rangle 17 \text{ ap}, \dots$	ϵ
$\langle \langle \langle z, z y \text{ prim}_* \rangle, (y \rightarrow 23) \rangle, \dots \rangle$	$(y \rightarrow 23), \dots$	$17 \text{ ap}, \dots$	ϵ
⋮	⋮	⋮	⋮

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Primitivum-Regel:

$\langle T_1 \dots T_n S, E, \text{prim}_{\star^n} C, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle YS, E, C, D \rangle$

wobei $Y = \text{prim}_{\star^n}(T_n, \dots, T_1)$

- Entsprechend der Stelligkeit (n) des Primitivums werden n Operanden (T_n) vom **Stack** geholt.
- Die Operation (\star) wird mit allen diesen Operanden durchgeführt und das Ergebnis (Y) zurück auf den **Stack** geschrieben.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Primitivum-Regel:

$$\langle T_1 \dots T_n S, E, \text{prim}_{\star^n} C, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle YS, E, C, D \rangle$$

wobei $Y = \text{prim}_{\star^n}(T_n, \dots, T_1)$

- Entsprechend der Stelligkeit (n) des Primitivums werden n Operanden (T_n) vom **Stack** geholt.
- Die Operation (\star) wird mit allen diesen Operanden durchgeführt und das Ergebnis (Y) zurück auf den **Stack** geschrieben.

Example

⋮	⋮	⋮	⋮
$\langle 53, (y \rightarrow 23), \text{prim}_{\star} \langle z, z y \text{prim}_{\star} \rangle 17 \text{ ap}, \epsilon \rangle$			
$\langle 15, (y \rightarrow 23), \langle z, z y \text{prim}_{\star} \rangle 17 \text{ ap}, \epsilon \rangle$			
⋮	⋮	⋮	⋮

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Applikations-Regel (1):

$$\langle T \langle \langle X, X \rangle, E' \rangle S, E, apC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle \epsilon, E' \cup \{X \rightarrow T\}, X, \langle S, E, C, D \rangle \rangle$$

- Vom **Stack** werden Argument (T) und Abstraktion genommen.
- Dem Parameter der Abstraktion (x) wird der Wert des Arguments (T) zugewiesen.
- Diese neue Zuweisung wird mit dem Environment (E') der Abstraktion vereinigt und zum neuen **Environment** der SECD-Maschine.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Applikations-Regel (2):

$$\langle T \langle \langle X, X \rangle, E' \rangle S, E, apC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle \epsilon, E' \cup \{X \rightarrow T\}, X, \langle S, E, C, D \rangle \rangle$$

- Der übrige **Stack** wird zusammen mit dem aktuellen **Environment**, dem übrigbleibenden **Control-String** (ohne das "ap", das gerade ausgewertet wird) und dem aktuellen **Dump** in einen Vektor geschrieben, der den neuen **Dump** bildet.
- Der **Stack** wird auf "leer" (ϵ) gesetzt.
- Der "Körper" der Abstraktion (X) wird der neue **Control-String**.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Applikations-Regel (3):

$$\langle T \langle \langle x, X \rangle, E' \rangle S, E, apC, D \rangle \rightarrow_{SECD} \langle \epsilon, E' \cup \{x \rightarrow T\}, X, \langle S, E, C, D \rangle \rangle$$

Example

$$\begin{array}{cccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \langle 42 \langle \langle x, x \text{ prim}_1 \rangle, (y \rightarrow 23) \rangle 25, () \rangle, & & ap\ 17\ ap, & \epsilon \rangle \\ \langle \epsilon, & (y \rightarrow 23, x \rightarrow 42), & x \text{ prim}_1, & \langle 25, (), 17\ ap, \epsilon \rangle \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Code-leer-aber-noch-etwas-im-Dump-Regel:

$$\langle S, E, \epsilon, \langle S', E', C', D' \rangle \rangle \rightarrow_{SECD} \langle SS', E', C', D' \rangle$$

Alle Einträge aus dem **D**ump bis auf den **S**tack werden zurückgeschrieben.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Code-leer-aber-noch-etwas-im-Dump-Regel:

$$\langle S, E, \epsilon, \langle S', E', C', D' \rangle \rangle \rightarrow_{SECD} \langle SS', E', C', D' \rangle$$

Alle Einträge aus dem **D**ump bis auf den **S**tack werden zurückgeschrieben.

Example

⋮	⋮	⋮	⋮
$\langle 15,$	$(x \rightarrow 23),$	$\epsilon,$	$\langle 25, (), prim_+, \epsilon \rangle \rangle$
$\langle 1525,$	$(),$	$prim_+,$	$\epsilon \rangle$
⋮	⋮	⋮	⋮

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Code-leer-und-nichts-mehr-im-Dump-Regel:

$$\langle S, E, \epsilon, \epsilon \rangle \rightarrow_{SECD} \langle S, E, \epsilon, \epsilon \rangle$$

Es werden keine Operationen mehr ausgeführt. Die SECD-Maschine terminiert und das Ergebnis der Auswertung liegt als oberstes Element auf dem Stack.

Zwischenrepräsentation auswerten

Auswertungsregeln

Code-leer-und-nichts-mehr-im-Dump-Regel:

$$\langle S, E, \epsilon, \epsilon \rangle \rightarrow_{SECD} \langle S, E, \epsilon, \epsilon \rangle$$

Es werden keine Operationen mehr ausgeführt. Die SECD-Maschine terminiert und das Ergebnis der Auswertung liegt als oberstes Element auf dem Stack.

Example

$$\begin{array}{cccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \langle 15, & (x \rightarrow 23), & \epsilon, & \epsilon \rangle \end{array}$$

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 ap
D: ϵ

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 ap
D: ϵ

(2) S: $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: 23 ap
D: ϵ

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 *ap*
D: ϵ

(2) S: $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: 23 *ap*
D: ϵ

(3) S: 23 $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: *ap*
D: ϵ

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 *ap*
D: ϵ

(2) S: $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: 23 *ap*
D: ϵ

(3) S: 23 $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: *ap*
D: ϵ

(4) S: ϵ
E: $(x \rightarrow 23)$
C: x
D: $\langle \epsilon, (), \epsilon, \epsilon \rangle$

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 *ap*
D: ϵ

(4) S: ϵ
E: $(x \rightarrow 23)$
C: x
D: $\langle \epsilon, (), \epsilon, \epsilon \rangle$

(2) S: $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: 23 *ap*
D: ϵ

(5) S: 23
E: $(x \rightarrow 23)$
C: ϵ
D: $\langle \epsilon, (), \epsilon, \epsilon \rangle$

(3) S: 23 $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: *ap*
D: ϵ

Beispiel zur Auswertung

(1) S: ϵ
E: $()$
C: $\langle x, x \rangle$ 23 ap
D: ϵ

(4) S: ϵ
E: $(x \rightarrow 23)$
C: x
D: $\langle \epsilon, (), \epsilon, \epsilon \rangle$

(2) S: $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: 23 ap
D: ϵ

(5) S: 23
E: $(x \rightarrow 23)$
C: ϵ
D: $\langle \epsilon, (), \epsilon, \epsilon \rangle$

(3) S: 23 $\langle \langle x, x \rangle, () \rangle$
E: $()$
C: ap
D: ϵ

(6) S: 23
E: $()$
C: ϵ
D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ

E: $()$

C: $\langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle 9 \text{ ap } 7 \text{ ap}$

D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ

E: $()$

C: $\langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle 9 \text{ ap } 7 \text{ ap}$

D: ϵ

S: $\langle \langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle, () \rangle$

E: $()$

C: $9 \text{ ap } 7 \text{ ap}$

D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ
 E: $()$
 C: $\langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle \text{ ap } \text{ap}$
 D: ϵ

S: $\langle \langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle, () \rangle$
 E: $()$
 C: $\text{ap } \text{ap}$
 D: ϵ

S: $\text{ap} \langle \langle y, \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle \rangle, () \rangle$
 E: $()$
 C: ap
 D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ

E: $(y \rightarrow 9)$

C: $\langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle$

D: $\langle \epsilon, () , 7 \text{ ap}, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ
E: $(y \rightarrow 9)$
C: $\langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle$
D: $\langle \epsilon, () , 7 \text{ ap}, \epsilon \rangle$

S: $\langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle , (y \rightarrow 9) \rangle$
E: $(y \rightarrow 9)$
C: ϵ
D: $\langle \epsilon, () , 7 \text{ ap}, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: ϵ
E: $(y \rightarrow 9)$
C: $\langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle$
D: $\langle \epsilon, () , 7 \text{ ap}, \epsilon \rangle$

S: $\langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle , (y \rightarrow 9) \rangle$
E: $(y \rightarrow 9)$
C: ϵ
D: $\langle \epsilon, () , 7 \text{ ap}, \epsilon \rangle$

S: $\langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle , (y \rightarrow 9) \rangle$
E: $()$
C: 7 ap
D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle, (y \rightarrow 9) \rangle$

E: $()$

C: ap

D: ϵ

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle, (y \rightarrow 9) \rangle$

E: $()$

C: ap

D: ϵ

S: ϵ

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $\langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+$

D: $\langle \epsilon, () \rangle, \epsilon, \epsilon$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+ \rangle, (y \rightarrow 9) \rangle$

E: $()$

C: ap

D: ϵ

S: ϵ

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $\langle x, x x \text{ prim}_* \rangle x \text{ ap } y \text{ prim}_+$

D: $\langle \epsilon, () \rangle, \epsilon, \epsilon$

S: $\langle \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9) \rangle$

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $x \text{ ap } y \text{ prim}_+$

D: $\langle \epsilon, () \rangle, \epsilon, \epsilon$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, x x \text{ prim}_* \rangle, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9) \rangle$

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $ap y \text{ prim}_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, x x prim_{\star} \rangle, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9) \rangle$

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $ap y prim_{+}$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

S: ϵ

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$ // Das hier ist jetzt ein anderes $x \rightarrow 7$!

C: $x x prim_{\star}$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_{+}, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: $7 \langle \langle x, x x \text{prim}_* \rangle, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9) \rangle$

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $ap y \text{prim}_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

S: ϵ

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$ // Das hier ist jetzt ein anderes $x \rightarrow 7$!

C: $x x \text{prim}_*$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y \text{prim}_+, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

S: 7

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $x \text{prim}_*$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y \text{prim}_+, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 77

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_{\star}$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_{+}, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 77

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_{\star}$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_{+}, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

S: 49

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: ϵ

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_{+}, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 77

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_*$

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_+, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

S: 49

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: ϵ

D: $\langle \epsilon, (x \rightarrow 7, y \rightarrow 9), y prim_+, \langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle \rangle$

S: 49

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $y prim_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 9 49

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 949

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

S: 58

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: ϵ

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

Aufwändigeres Beispiel zur Auswertung

S: 949

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: $prim_+$

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

S: 58

E: $(x \rightarrow 7, y \rightarrow 9)$

C: ϵ

D: $\langle \epsilon, () , \epsilon, \epsilon \rangle$

S: 58

E: $()$

C: ϵ

D: ϵ

Jetzt seid ihr dran!

- Fragen?
- Unklarheiten?
- Kritik?

- **Her damit!**